



§ 4.3 关系的性质

设 R 是 A 上的关系

1、**自反性**: $\forall x \in A$, 有 $\langle x, x \rangle \in R$

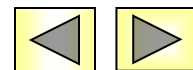
R 的关系矩阵: 主对角线元素全为1

R 的关系图: 每个顶点都有环

2、**反自反性**: $\forall x \in A$, 有 $\langle x, x \rangle \notin R$

R 的关系矩阵: 主对角线元素全为0

R 的关系图: 每个顶点都没有环





§ 4.3 关系的性质

3、**对称性**：若 $\langle x, y \rangle \in R$ ，则 $\langle y, x \rangle \in R$

R 的关系矩阵：对称阵

R 的关系图：若两个顶点间有边，则一定是一对方向相反的边。

4、**反对称性**：若 $\langle x, y \rangle \in R$ 且 $x \neq y$ ，则 $\langle y, x \rangle \notin R$

R 的关系矩阵：若 $r_{ij} = 1$ ，且 $i \neq j$ ，则 $r_{ji} = 0$

R 的关系图：若两个顶点间有边，则一定是只有一条有向边。





§ 4.3 关系的性质

5、**传递性**：若 $\langle x, y \rangle \in R$ 且 $\langle y, z \rangle \in R$ ，则 $\langle x, z \rangle \in R$

R 的关系图：若顶点 x_i 到 x_j 有边， x_j 到 x_k 有边，
则 x_i 到 x_k 有边。





§ 4.3 关系的性质

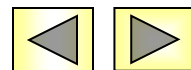
例8：设 $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ ，对于 A 上的关系

$R = \{ \langle x, y \rangle \mid (x - y)/3 \in \mathbb{Z} \}$ ， R 具有哪些性质？

解：对任意 $x \in A$ ，有 $(x - x)/3 = 0 \in \mathbb{Z}$ ，则 $\langle x, x \rangle \in R$ ， R 是**自反的**。

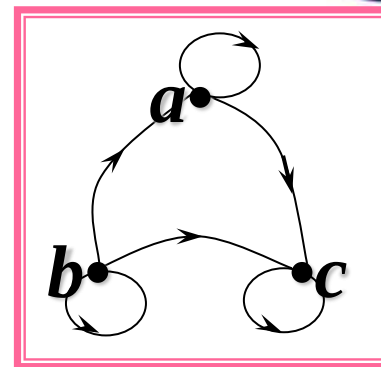
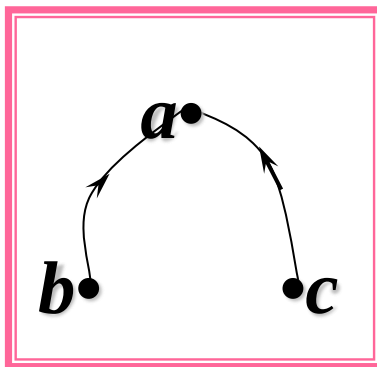
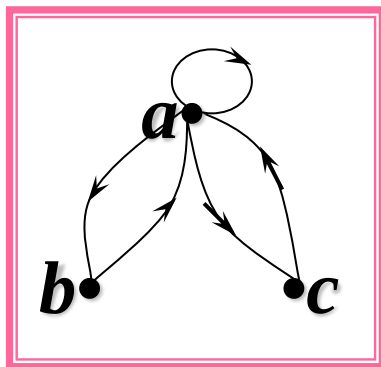
若 xRy ，即 $(x - y)/3 \in \mathbb{Z}$ ，则有 $(y - x)/3 \in \mathbb{Z}$ ，于是 yRx ， R 是**对称的**。

若 A 中有三个元素 x, y, z ，满足 xRy 且 yRz ，即 $(x - y)/3 \in \mathbb{Z}$ 且 $(y - z)/3 \in \mathbb{Z}$ ，则有 $(x - z)/3 \in \mathbb{Z}$ ，于是 xRz ， R 是**传递的**。



§ 4.3 关系的性质

例9:



判断图中关系具有哪些性质？

解：(1) 关系非自反的，非反自反的，是对称的，非反对称的，非传递的。

(2) 关系非自反的，是反自反的，非对称的，是反对称的，是传递的。

(3) 关系是自反的，非反自反的，非对称的，是反对称的，是传递的。

